



Univerza v Ljubljani
Fakulteta za *elektrotehniko*

Prileganje in poravnava

Stanislav Kovačič



<http://vision.fe.uni-lj.si/>



Primer: prileganje premic



Imamo detekcije točk vzdolž premice
Določamo parametre premice („fitamo“)

Slide from Silvio Savarese



Prileganje (in poravnava)

Prileganje:

Poišči parametre modela, ki najbolje opisujejo podatke
(model se najbolje prilega podatkom oz. meritvam)

Poravnavanje (geometrijsko usklajevanje):

Poišči parametre transformacije, ki najbolje poravnata podatke:

Slika s sliko

Točke v sliki s korespondenčnimi točkami v drugi sliki

Značilke ene slike z značilkami druge slike

V vsakem primeru ugotavljamo podobnost oz. razdaljo



Primer: homografija

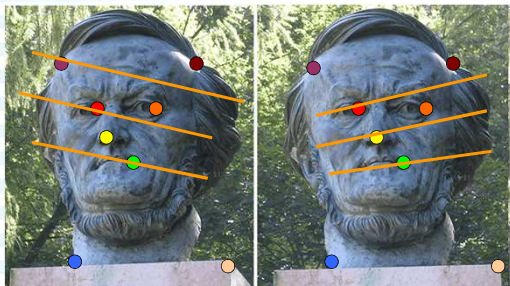


Imamo detektirane točke dveh pogledov ravnine.
Določamo parametre preslikave – matriko $H_{3 \times 3}$

Slide from Silvio Savarese



Primer: stereo geometrija

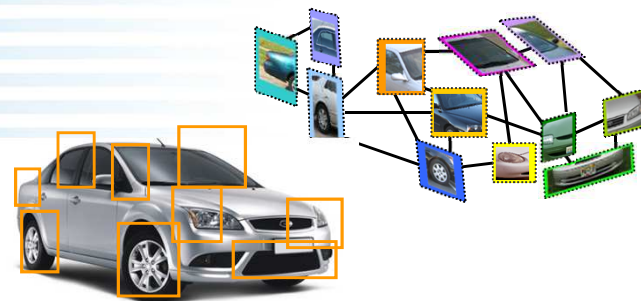


Imamo pare točk (korespondenčne točke)
Določamo „epipolarno geometrijo“
tj „fundamentalno matriko“

Slide from Silvio Savarese



Primer: prileganje 3D modela

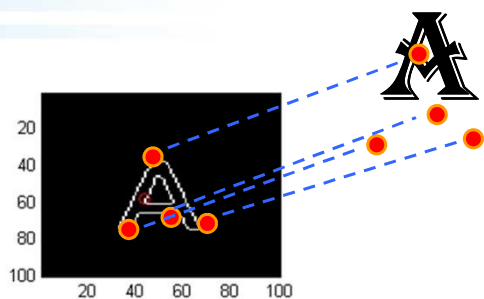


Ugotavljamo podobnost - kategoriziramo

Slide from Silvio Savarese



Primer: prileganje predloge



Ugotavljamo podobnost med predlogo in sliko - razpoznavamo

Slide from Silvio Savarese



Problem: šum

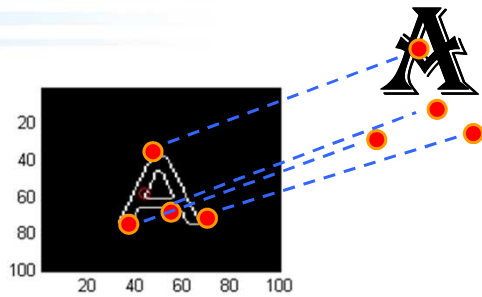


Slide from Silvio Savarese



Problem: variabilnost

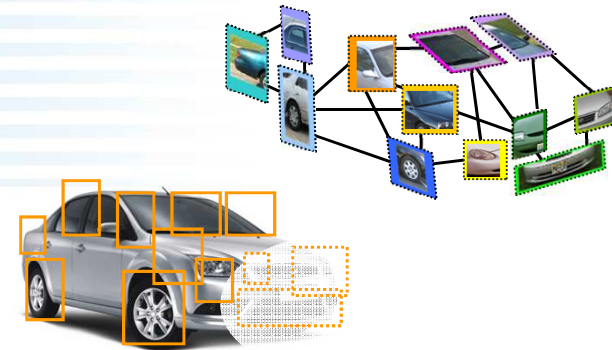
"All models are wrong, but some are useful." Box and Draper 1979



Slide from Silvio Savarese



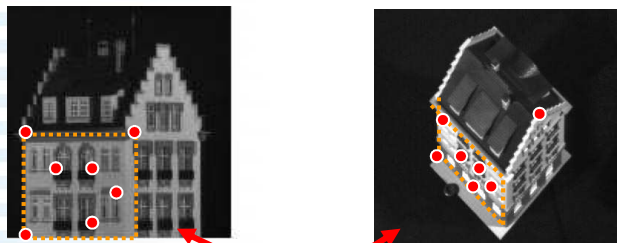
Problem: nepopolni podatki



Slide from Silvio Savarese



Problem: grobe napake



H

Slide from Silvio Savarese



Prileganje in poravnava

Problem:

Nepopolni, napačni in negotovi podatki oz meritve

Naloge in izzivi:

- Izberi/izdelaj primerno mero kakovosti prileganja
 - Mera podobnosti - odvisno, kaj želimo
 - Odpornost na šum in grobe napake
- Izberi/izdelaj optimizacijski algoritem
 - Lokalni ekstremi
 - Hitrost, konvergenca



Prileganje in poravnava

(Globalna) optimizacija / iskanje parametrov modela

- LSM: metoda najmanjših kvadratov
- Robustna metoda kvadratov
- ICP: Iterativna metoda najbližje točke

Glasovanje, preizkušanje in ocenjevanje hipotez

- Posplošeni Hough-ov transform
- RANSAC

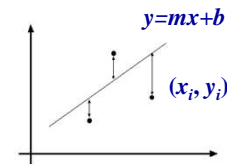
Slide from Derek Hoiem



Prileganje premice - lin. regresija

$$\frac{\partial E}{\partial m} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - x_i m - b)x_i = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - x_i m - b)1 = 0$$



$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n x_i^2 m + \sum_{i=1}^n x_i b &= \sum_{i=1}^n y_i x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i m + \sum_{i=1}^n 1 b &= \sum_{i=1}^n y_i \end{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i x_i \\ \sum_{i=1}^n y_i \end{bmatrix}$$



Prileganje premice - lin. regresija

Podatki: $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$

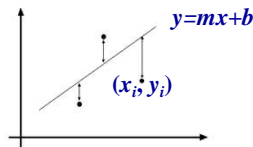
Model: Premica, $y_i = mx_i + b$

Naloga: poišči (m, b) , ki minimizira

$$E = \sum_{i=1}^n (y_i - mx_i - b)^2$$

$$\frac{\partial E}{\partial m} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - x_i m - b)x_i = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - x_i m - b)1 = 0$$



Rešitev

$$\begin{bmatrix} m \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i x_i \\ \sum_{i=1}^n y_i \end{bmatrix}$$

$$\text{Det} \left(\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n 1 \end{bmatrix} \right) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n 1 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i \neq 0$$

$$n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 = n \sum_{i=1}^n x_i^2 - n^2 \bar{x}^2 = n^2 \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 \right)$$

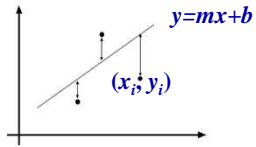
$$n^2 \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 \right) = n^2 (\overline{x^2} - \bar{x}^2) = n^2 \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right) \neq 0$$

Rešitev obstaja (t.j. $\text{Det}(\neq 0)$), če le niso vsi x_i enaki.



Prileganje premice - lin. regresija

$$E = \sum_{i=1}^n (y_i - mx_i - b)^2$$



$$E = \sum_{i=1}^n \left([x_i \ 1] \begin{bmatrix} m \\ b \end{bmatrix} - y_i \right)^2 = \left\| \begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \right\|^2 = \|\mathbf{Ap} - \mathbf{y}\|^2$$
$$= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2(\mathbf{Ap})^T \mathbf{y} + (\mathbf{Ap})^T (\mathbf{Ap}) = \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2\mathbf{p}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{y}) + \mathbf{p}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{A}) \mathbf{p}$$

$$\frac{dE}{d\mathbf{p}} = 2\mathbf{A}^T \mathbf{Ap} - 2\mathbf{A}^T \mathbf{y} = 0$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{Ap} = \mathbf{A}^T \mathbf{y} \Rightarrow \mathbf{p} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{y} \quad \text{Matlab: } \mathbf{p} = \mathbf{A} \setminus \mathbf{y};$$

Modified from S. Lazebnik



SVD

$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T$ \mathbf{U} je stolpično ortogonalna, \mathbf{V} ortogonalna, $\mathbf{\Sigma}$ diagonalna

$\mathbf{A}\mathbf{v}_i = \sigma_i \mathbf{u}_i$ (množici ortonormalnih vektorjev)

$$\mathbf{A}[\mathbf{v}_1 | \mathbf{v}_2 | \dots | \mathbf{v}_i | \dots | \mathbf{v}_n] = [\sigma_1 \mathbf{u}_1 | \sigma_2 \mathbf{u}_2 | \dots | \sigma_i \mathbf{u}_i | \dots | \sigma_n \mathbf{u}_n]$$

$$\mathbf{A}\mathbf{V} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T$$

Nadalje:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = [\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T]^T \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T = \mathbf{V}(\mathbf{U}\mathbf{\Sigma})^T \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^T \mathbf{U}^T \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^2 \mathbf{V}^T$$

$$\mathbf{A}\mathbf{A}^T = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T [\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T]^T = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \mathbf{V} (\mathbf{U}\mathbf{\Sigma})^T = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{\Sigma}^T \mathbf{U}^T = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}^2 \mathbf{U}^T$$



Rešitev normalne enačbe LS problema

$\mathbf{A}^T \mathbf{Ap} = \mathbf{A}^T \mathbf{y}$ Normalna enačna za linearni LS problem

$$\mathbf{A}^T \mathbf{Ap} = \mathbf{A}^T \mathbf{y} \Rightarrow \mathbf{p} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{y}$$

$(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$ posplošeni oziroma "psevdo inverz" matrice \mathbf{A}

Standardni pristop: QR razcep ali SVD razcep

SVD: Razcep na singularne vrednosti in vektorje matrice \mathbf{A}

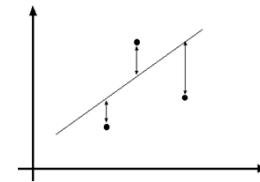
$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T$ \mathbf{U} je stolpično ortogonalna, \mathbf{V} ortogonalna, $\mathbf{\Sigma}$ diagonalna

$$\begin{aligned} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T &= [(\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T)^T (\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T)]^{-1} (\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T)^T \\ &= [\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^T \mathbf{U}^T \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T]^{-1} \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^T \mathbf{U}^T = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-2} \mathbf{V}^T \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}\mathbf{U}^T \\ &= \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-2} \mathbf{\Sigma}\mathbf{U}^T = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1} \mathbf{U}^T \end{aligned}$$



Zapažanja?

- Rotacijska občutljivost
- Navpičnice
- V resnici sploh ne minimiziramo vsote (kvadratov) razdalj točk od premice



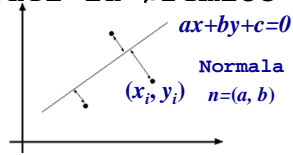
Slide from S. Lazebnik



Najmanjši kvadrati za premico

Za $(a^2+b^2=1)$ je pravokotna razdalja do točk (x_i, y_i)

$$|ax_i + by_i + c|$$



a, b sta potem komponenti enotinega vektorja, ki je pravokoten na premico, enotin vektor normale.

Naloga: poišči (a, b, c) , ki minimizirajo vsoto kvadratov pravokotnih razdalj

$$E = \sum_{i=1}^n (ax_i + by_i + c)^2 \text{ pri pogoju } (a^2 + b^2) = 1$$

$$\min \{ \sum_{i=1}^n (ax_i + by_i + c)^2 - \lambda (a^2 + b^2 - 1) \}$$



LS (za premico)

$$E = \sum_{i=1}^n (a(x_i - \bar{x}) + b(y_i - \bar{y}))^2 = \left\| \begin{bmatrix} x_1 - \bar{x} & y_1 - \bar{y} \\ \vdots & \vdots \\ x_n - \bar{x} & y_n - \bar{y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \right\|^2 = \| \mathbf{A} \mathbf{p} \|^2$$

$$E = \| \mathbf{A} \mathbf{p} \|^2 = (\mathbf{A} \mathbf{p})^T \mathbf{A} \mathbf{p} = \mathbf{p}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{A}) \mathbf{p}$$

$$\min \mathbf{p}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{p} \text{ pri } \mathbf{p}^T \mathbf{p} = 1 \quad \min \{ L(\mathbf{p}) \} = \{ \mathbf{p}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{p} - \lambda (\mathbf{p}^T \mathbf{p} - 1) \}$$

$$\frac{dE}{d\mathbf{p}} = \frac{d(L(\mathbf{p}))}{d\mathbf{p}} = 2\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{p} - \lambda \mathbf{p} = (2\mathbf{A}^T \mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{p} = \mathbf{0}$$

Rešitev: lastni vektor, ki pripada najmanjši lastni vrednosti $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$



LS (za premico)

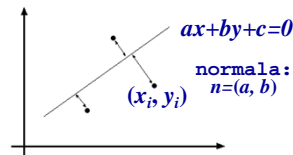
$$\frac{\partial E}{\partial c} = \sum_{i=1}^n (ax_i + by_i + c) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n ax_i + \sum_{i=1}^n by_i + \sum_{i=1}^n c = 0$$

$$c = -\frac{a}{n} \sum_{i=1}^n x_i - \frac{b}{n} \sum_{i=1}^n y_i = -(a\bar{x} + b\bar{y})$$

$$E = \sum_{i=1}^n (ax_i + by_i + c)^2 = \sum_{i=1}^n (ax_i + by_i - (a\bar{x} + b\bar{y}))^2$$

$$E = \sum_{i=1}^n (a(x_i - \bar{x}) + b(y_i - \bar{y}))^2$$



LS - rešitev

$$\frac{dE}{d\mathbf{p}} = \frac{d(L(\mathbf{p}))}{d\mathbf{p}} = 2\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{p} - \lambda \mathbf{p} = (2\mathbf{A}^T \mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{p} = \mathbf{0}$$

$$2\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{p} = \lambda \mathbf{p} \Rightarrow \mathbf{C} \mathbf{p} = \mu \mathbf{p};$$

\mathbf{C} je simetrična, pozitivno (semi)definitna matrika
 \mathbf{p} je lastni vektor in μ je pripadajoča lastna vrednost

$$E = \mathbf{p}^T \mathbf{C} \mathbf{p} = \mathbf{p}^T \mathbf{M} \mathbf{\Lambda} \mathbf{M}^T \mathbf{p} = (\mathbf{M}^T \mathbf{p})^T \mathbf{\Lambda} (\mathbf{M}^T \mathbf{p}) = \mathbf{e}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{e}$$

\mathbf{M} je ortogonalna matrika lastnih vektorjev matrike \mathbf{C} in
 $\mathbf{\Lambda}$ je diagonalna matrika njenih lastnih vrednosti
 \mathbf{e} je enotin vektor z eno samo komponento različno od nič in enako 1



LS - rešitev

$$E = \mathbf{p}^T \mathbf{C} \mathbf{p} = \mathbf{p}^T \mathbf{M} \mathbf{A} \mathbf{M}^T \mathbf{p} = (\mathbf{M}^T \mathbf{p})^T \mathbf{\Lambda} (\mathbf{M}^T \mathbf{p}) = \mathbf{e}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{e}$$

$$\min\{E\} = \min\{\mathbf{e}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{e}\} = \lambda_{\min}$$

E je najmanjši za \mathbf{p} z najmanjšo pripadajočo lastno vrednostjo.

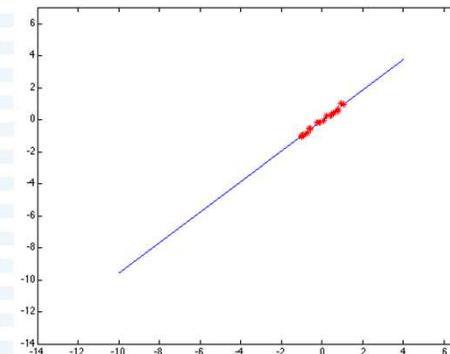
Rešitev je torej:

Lastni vektor z najmanjšo lastno vrednostjo matrike $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$



Najmanjši kvadrati: odpornost na šum

Prileganje k rdečim točkam:



Slides from Svetlana Lazebni



LS - rešitev - SVD razcep

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}^T \mathbf{A} = (\mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T)^T (\mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T) = \mathbf{V} \mathbf{\Sigma}^T \mathbf{U}^T \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T = \mathbf{V} \mathbf{\Sigma}^2 \mathbf{V}^T$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{M}$$

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Sigma}^2$$

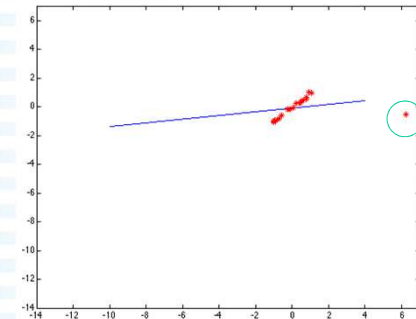
Rešitev je torej:

Singularni vektor z najmanjšo singularno vrednostjo matrike \mathbf{A}



Najmanjši kvadrati

Občutljivost na grobe napake (osamelce) - outliers



Očitna težava: kvadrat velikih odstopanj je velik

Že ena sama groba napaka močno pokvari ocenjene parametre modela

Robustna LS

Koncept:

$$\text{minimiziraj } \sum_i \rho(u_i(x_i, \theta); \sigma) \quad u = \sum_{i=1}^n (y_i - mx_i - b)^2$$

$u_i(x_i, \theta)$ - odstopanje i -te točke glede na parametre modela θ
 ρ - funkcija robustnosti z merilom (skalo) σ

$$\rho(u; \sigma) = \frac{u^2}{\sigma^2 + u^2}$$

„nagradi“ majhna odstopanja
 „kaznuj“ zelo velika odstopanja

Vprašanje:
 kako izbrati „pravo“ merilo

Slide from S. Savarese

RANSAC

Algoritem:

1. Naključno izberi ravno dovolj podatkov (točk) za določitev modela
2. Določi parametre modela
3. Oceni kakovost prileganja podatkov znotraj predpisanih mej

Ponavljaj 1-3 dokler ni z veliko gotovostjo izbran najboljši model

RANSAC

(RANDOM Sample Consensus):
 Learning technique to estimate parameters of a model by random sampling of observed data

Fischler & Bolles in '81.

Source: Savarese

RANSAC


RANSAC za premico

Algoritem:

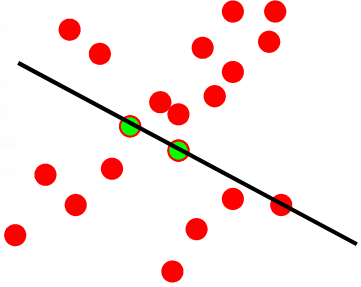
1. Naključno izberi ravno zadosti točk: 2
2. Izračunaj parametre modela: premice
3. Oceni kakovost modela (prileganje podatkov znotraj meja)

Ponavljaj 1-3

Illustration by Savarese

 RANSAC


RANSAC za premico

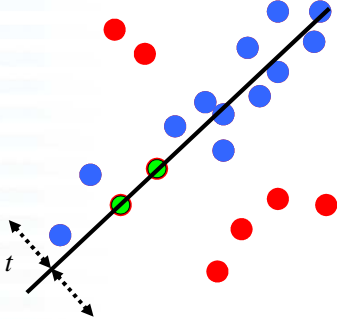


Algoritem:

1. Naključno izberi ravno zadosti točk: 2
2. Izračunaj parametre modela: premice
3. Oceni kakovost modela (prileganje podatkov znotraj meja)

Ponavljaj 1-3

 RANSAC




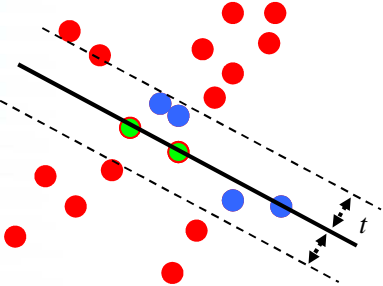
Algoritem:

1. Naključno izberi ravno zadosti točk: 2
2. Izračunaj parametre modela: premice
3. Oceni kakovost modela (prileganje podatkov znotraj meja)

Ponavljaj 1-3

$N_t = 14$

 RANSAC




Algoritem:

1. Naključno izberi ravno zadosti točk: 2
2. Izračunaj parametre modela: premice
3. Oceni kakovost modela (prileganje podatkov znotraj meja)

Ponavljaj 1-3

$N_t = 6$

 Izbira parametrov algoritma

- Izbrano število točk: s
 - Tipično ravno dovolj za izračun parametrov modela
 - za premico $s = 2$;
- Prag t
 - Izberi t tako, da zelo verjetno izločimo osamelce (npr. ≈ 0.95)
 - Za gaussov šum s srednjo vrednostjo nič in σ : $t = 2\sigma$
- Število potrebnih podatkov znotraj praga t , ki potrjujejo model
- Število vzorčenj N
 - Izberi N tako, da bo vsaj eno vzorčenje brez osamelcev z verjetnostjo p , (npr. $p = 0.99$) (delež osamelcev: e)

$$(1 - (1 - e)^s)^N = 1 - p$$



Izbira parametrov algoritma

- $(1-e)^s$: verjetnost, da je vzorec s podatkov brez osamelcev
- $1-(1-e)^s$ verjetnost, da vzorec vsebuje osamelce
- $(1-(1-e)^s)^N$: verjetnost, da v N poskusih nikoli ne izberemo vzorca brez osamelcev
- $p = 1 - (1-(1-e)^s)^N$: verjetnost, da v N poskusih izberemo vsaj enkrat vzorec brez osamelcev

$$(1-(1-e)^s)^N = 1-p \quad \Rightarrow \quad N = \log(1-p) / \log(1-(1-e)^s)$$

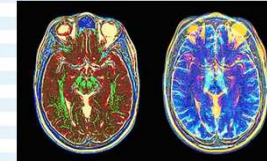
- Na primer: $s=2$, $e=0,5$, $p=0,999$
- $N = 25$



Poravnavanje

Kako poravnati tedaj, ko nimamo a priori korespondenčnih točk?
LS, RANSAC ne moremo uporabiti, Hough tudi ne

Tipični primeri



Tipično področje uporabe:
poravnavanje medicinskih slik ([Medical image registration](#))
Prileganje slik k slikam ali kontur k slikam

Slide from Derek Hoiem



RANSAC

+

- Robusten na grobe napake - „osamelce“
- Enostaven, parametre algoritma določimo analitično
- Primeren tudi za veliko število parametrov modela

-

- Računsko dokaj zahteven

Tipični primeri uporabe

- Ocenjevanje homografije
- Ocenjevanje fundamentalne matrike (stereo)



ICP - poravnavanje

Cilj:

oceni parametre transformacije (poravnave) med dvema (gostima) množicama točk $S1$ in $S2$.

Postopek:

1. Vsaki točki iz $S1$ priredi najbližjo iz $S2$
2. Oceni parametre transformacije
 - Na primer z LSM
3. Preslikaj točke iz $S1$ z ocenjeno transformacijo na $S2$
4. Ponavljaj 1-3 dokler ni sprememba transformacije majhna



Primer: translacija

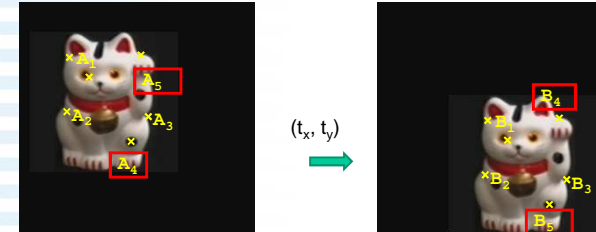


Za korespondenčne točke iz {A} in {B}, oceni translacijo

$$\begin{bmatrix} x_i^B \\ y_i^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i^A \\ y_i^A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$



Primer: translacija



Problem: grobe napake

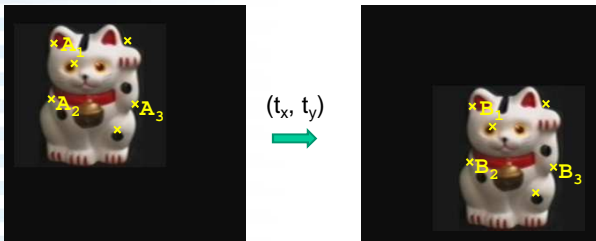
RANSAC

1. Vzorči korespondence (en par točk)
2. Izračunaj translacijo
3. Oceni kakovost translacije
4. Ponavljaj 1-3 N krat

$$\begin{bmatrix} x_i^B \\ y_i^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i^A \\ y_i^A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$



Primer: translacija



$$\begin{bmatrix} x_i^B \\ y_i^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i^A \\ y_i^A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$

Imamo tri korespondenčne točke

Vsaka prinese dve enačbi

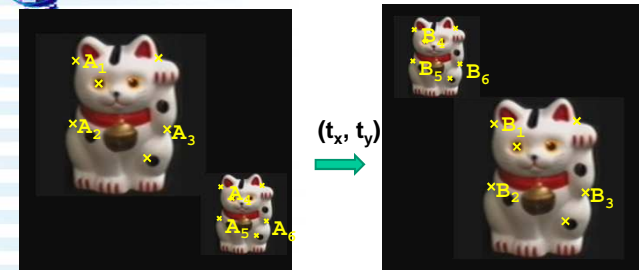
Imamo dva parametra translacije

Rešimo z metodo najmanjših kvadratov

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^B - x_1^A \\ y_1^B - y_1^A \\ \vdots \\ x_n^B - x_n^A \\ y_n^B - y_n^A \end{bmatrix}$$



Primer: translacija



Problem: grobe napake, več objektov, zgrešena ujemanja

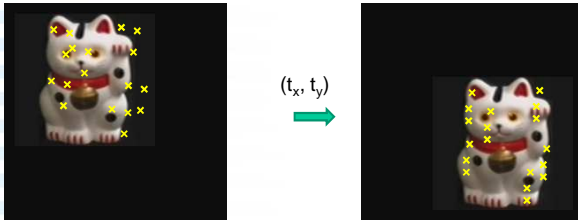
Hough

1. Inicializiraj prostor parametrov na nič
2. Vsak par korespondenčnih točk da glas za vrednosti parametrov
3. Poišči parametre z največ glasovi
4. Reši LS problem brez osamelcev

$$\begin{bmatrix} x_i^B \\ y_i^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i^A \\ y_i^A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$



Primer: translacija



Problem: nimamo začetnih ujemanj - korespondenc

ICP

1. Poišči najbližjega soseda iz B k vsaki točki A
2. Izračunaj transformacijo
3. Transformiraj točke iz A
4. Ponavljaj 1-3 dokler ne skonvergira

$$\begin{bmatrix} x_i^B \\ y_i^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i^A \\ y_i^A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$

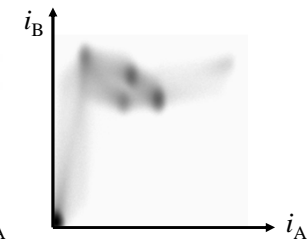
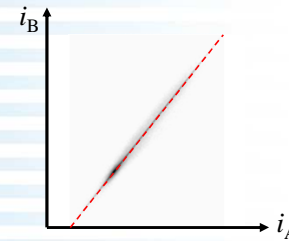


Medmodalno prileganje/poravnava

Svetlostna odvisnost slik:

Enaka modalnost:

Različna modalnost:



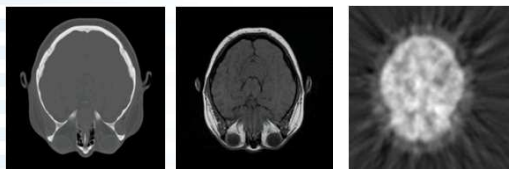
Linearna odvisnost

Nelinearna odvisnost



Medmodalno prileganje/poravnava

Različne modalnosti slik:



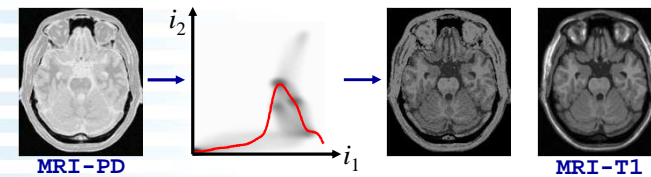
CT

MRI-T1

PET



Medmodalno prileganje/poravnava



Iščemo preslikavo, ki maksimizira

$$I(A,B) = H(A) + H(B) - H(A,B)$$

Na primer:

Minimiziramo $H(A,B)$ v odvisnosti od parametrov poravnave



Viri

1. V glavnem povzeto po CV – Brown University (James Hays)
2. Nekaj po CV - A Modern Approach (Forsyth, Ponce)
3. Večmodalna poravnava iz doktorske disertacije (Peter Rogelj)
4. Zahvala Mateju Kristanu